

STUDIA METODOLOGICZNE

Piotr TARKA

Statystyczne modele podejmowania decyzji w warunkach niepewności

W artykule autor koncentruje się na opisie znaczenia i funkcji statystyki w kontekście współczesnych problemów występujących w badaniach i analizie niepewności zjawisk zachodzących w otoczeniu. Rozpatruje on możliwości i ograniczenia dotyczące obiektywnego oraz subiektywnego pomiaru niepewności. Artykuł przedstawia zbiór rozważań (wspartych literaturą) w zakresie skutecznego wykorzystania statystyki w sferze pomiaru niepewności. Jest to także próba wyróżnienia roli statystyki w dzisiejszym świecie z perspektywy rozwoju i postępu cywilizacyjnego.

REDUKCJA RYZYKA A DEFINIOWANIE NIEPEWNOŚCI W STATYSTYCE

Statystyka jako metoda uczenia się na podstawie doświadczenia i podejmowania decyzji w warunkach niepewności wykorzystywana jest od początków egzystencji ludzkości. Właściwie to cała ludzka aktywność społeczna oraz gospodarcza opiera się na definiowaniu niepewności w wymiarze statystyki. Dla przykładu definiowanie niepewności, prognozowanie zdarzeń rynkowych czy redukcja ryzyka w ramach określania stopy zysków z inwestycji kapitału czy też redefiniowania pola preferencji wyborców w sondażach społecznych dokonuje się na gruncie statystyki matematycznej.

Przyczyną powstania niepewności może być m.in. brak rzetelnych informacji lub inaczej stopień nieścisłości dostępnych informacji na rynku, brak technicznych moż-

liwości uzyskania wiarygodnych informacji i wykonania na ich podstawie istotnych pomiarów. Braki te w istotny sposób wpływają na jakość podejmowanych decyzji rynkowych (np. w organizacjach gospodarczych) i determinują charakter przyszłych zdarzeń obarczonych ryzykiem. Statystyka ma więc pomagać w eliminowaniu owego ryzyka, redukując do minimum nieścisłości w dostępnych informacjach. Jest ona także elementem naukowym pozwalającym odkrywać nowe zjawiska.

Splot uwarunkowań w sferze poznania (na podstawie przeprowadzonych naukowych doświadczeń i zachodzących procesów decyzyjnych) redukuje niepewność w wyniku rozumowania indukcyjnego. Zrozumienie natury procesu indukcji, w szczególności zaś określenie ilościowego charakteru indukcji w zakresie definiowania poziomu niepewności, dało ogromny przełom w myśleniu naukowym, kształtowaniu i wywieraniu wpływu na podejmowanie właściwych decyzji lub wyciąganie wniosków z minimalizacją stopnia ryzyka decyzji błędnych.

SYNTEZA STATYSTYKI I JEJ ROZWÓJ

Zanim jednak statystyka wypracowała zbiór odpowiednich narzędzi do minimalizacji ryzyka, życie wielu ludzi kształtowało się nie pod wpływem racjonalnego biegu zdarzeń, lecz było ono formowane w wyniku licznych archaizmów, zabobonów, a nawet magii. Za czasów Arystotelesa rozumowanie oparte na ścisłym przewidywaniu, przy założeniu przypadkowości w życiu, uznawano za coś, co gwałci porządek i pozostaje poza zasięgiem czyjegokolwiek pojmowania. Nie dostrzegano więc możliwości badania przypadku i niepewności zdarzeń. Co więcej, brak wiary w ilościowe pojmowanie zdarzeń czy podejmowanie decyzji doprowadził ludzkość do wykreowania astrologii, która m.in. wskazuje na poszukiwanie porad u wróżbitów.

Kontestacja przez ludzkość przypadku, a dokładniej rzecz ujmując determinizm i nieudolność definiowania losowości, hamowała przez wiele wieków ludzkie myślenie o świecie. Dopiero dwa ostatnie stulecia przyniosły rozkwit nauki będącej wyrazicielem ilościowego pojmowania zjawisk, w szczególności wyrażania ich niepewności.

DECYDOWANIE W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Próba określania niepewności (czyli odpowiedniości między przyczyną a skutkiem) może dokonywać się na podstawie trzech typów wnioskowania logicznego. W rozumieniu dedukcyjnym (stosowanym w matematyce) dysponujemy określonymi przesłankami/aksjomatami $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$. Możemy więc wybrać pewien podzbiór aksjomatów, powiedzmy A_1, A_2 , aby udowodnić (matematyczną) tezę P_1 . Jej prawdziwość zależy wyłącznie od prawdziwości aksjomatów. Fakt, że inne aksjomaty nie są użyte w rozumowaniu nie ma żadnego znaczenia. Podobnie, wykorzystując A_2, A_3, A_4 , możemy wyprowadzić tezę P_2 itd., więc w dedukcji nie tworzy się żadnej nowej wiedzy poza przesłankami.

Wnioskowanie indukcyjne z kolei umożliwia podejmowanie decyzji na podstawie przesłanek mających określone następstwa. W takim toku rozumowania po-

dejmowane decyzje odnoszą się do rzeczywistych stanów danego świata. Badacz opiera się zatem na niepełnych lub wadliwych informacjach, co pociąga za sobą określony wymiar niepewności. W indukcji logika procesu wskazuje na dobór hipotezy do danych i uogólnienie przypadku wobec całości. Brak wzajemnej jednoznaczności — zgodności pomiędzy danymi a hipotezą — powoduje braki w precyzyjnym wnioskowaniu na podstawie zgromadzonych danych. Wnioskowanie jest tu pochodną swoistego rodzaju przejścia od danych do końcowych wyników. Dlatego minimalizacja niepewności (w warunkach wnioskowania indukcyjnego) co do charakteru istnienia określonych zjawisk, na których można oprzeć swoje decyzje, jest uzależniona od wprawy i doświadczenia osoby przeprowadzającej badanie. We wnioskowaniu indukcyjnym wybór właściwych hipotez jest kunsztem badacza dokonującego wyboru hipotezy spośród podzbioru możliwych hipotez, przy zachowaniu ścisłych zasad procedury określających ów wybór i podejmowania decyzji w ramach niepewności. Reguły te powinny być niezawodne, tzn. muszą wpływać na minimalizację częstości podejmowania złych decyzji lub straty wskutek złych decyzji. Abdukcja jest natomiast uzupełnieniem indukcji. Można wręcz stwierdzić, że indukcja bez abdukcji nie mogłaby powstać. Poprzez abdukcję należy rozumieć swoistego rodzaju błysk informacji lub wyobraźni doświadczonego badacza, który w dalszej kolejności (opierając się na abdukcji) wykorzystuje dane i ich analizę do uzyskania określonego wglądu w zagadnienie (Rao, 1994).

Co więcej, różnica pomiędzy dedukcją a indukcją wynika z tego, że we wnioskowaniu dedukcyjnym dopuszczalny jest podzbiór przesłanek do dowodu tezy. W sferze wnioskowania indukcyjnego chodzi o różne podzbiory danych, które generują często przeciwstawne konkluzje, co jest pośrednim wynikiem niewykorzystania wszystkich danych lub preparowania i odrzucania danych nie w wyniku wnioskowania, lecz z subiektywnych i celowych przesłanek osoby analizującej te dane.

NAJCZĘŚCIEJ POPEŁNIANE BŁĘDY POMIARU W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Popełnianie błędów pomiaru, i tym samym zwiększanie stopnia niepewności, może dokonywać się zarówno w wymiarze subiektywnym, jak i obiektywnym. Nawet w statystyce poszczególne metody statystyczne są opracowywane przez ludzi mających określone preferencje co do danego stanu rzeczy. W najlepszej sytuacji odbija się to na interpretacji wyników analiz, zaś w najgorszej sytuacji źródłem błędów jest ignorancja wyników badań (obserwacji), które nie są np. zgodne z testowaną hipotezą. Ale obserwacje niezgodne nie zawsze muszą zaprzeczać naszej hipotezie, a ich staranne rozważenie, z uwzględnieniem warunków i okoliczności, prowadzi często do wartościowych konstatacji, a nawet odkryć naukowych.

W sferze obiektywnej najczęstszym źródłem błędów pomiaru są zaniedbania ilościowej oceny dotyczące obserwacji, zwłaszcza błędów systematycznych. Jest to czasami źródło pozornych odkryć, które poddane weryfikacji w innych warunkach nie wytrzymują próby ich walidacji. Jak wiadomo mamy dwa rodzaje błędów obserwacji: przypadkowe, których efekt łatwo ocenić stosując odpowiednie zabiegi statystyczne (z tego wynika przedział ufności wyniku na zadanym poziomie istot-

ności) i błędy systematyczne. Te ostatnie są o wiele groźniejsze, ponieważ są efektem nieuwzględnienia w analizie odpowiednich czynników towarzyszących w rozpoznawaniu zjawisk. Ten rodzaj błędu nie zawsze da się wykluczyć, lecz zdając sobie z niego sprawę można go zminimalizować, a tym samym można także wpływać na ograniczenie niepewności towarzyszącej badanym zjawiskom.

Również w wielu przypadkach (jak dowodzi tego historia analiz statystycznych) poskromienie niepewności nie jest jedynie uwarunkowane rozwojem myśli naukowej i postępem technologicznym. Redukcja niepewności, czy też logicznego rozumienia zjawisk, zależy także od pomiaru błędów występujących w początkowej fazie pomiaru. W każdym badaniu (w szczególności o dużej skali) nieuniknione jest zapisywanie wartości obarczonych błędami. Można je wykryć na podstawie obserwacji wysoko niezgodnych wartości z innymi porównywanymi wartościami. Takie błędy powodują, że np. w danych historycznych (przy których wymagana jest ciągłość) nawet nieznaczne różnice w stanach początkowych mogą skutkować znacznie różniącymi się prognozami przyszłego stanu rzeczy. Błędy te zauważył w 1961 r. Lorenz, obserwując zmiany stanów pogody.

Reasumując, według Rao błędy pomiarowe mogą powstawać z tytułu:

- metod pozyskania i zapisu danych,
- niepoprawności w zapisie pojęć i definicji będących przedmiotem pomiaru,
- różnic pomiędzy obserwatorami,
- nieprawdziwości danych (preparacji, fałszowania lub poprawiania danych),
- źle określonej populacji i jej jednorodności w próbie,
- złych metod odrzucania odstających lub uzupełnienia brakujących obserwacji,
- istnienia tzw. informacji *a priori* o badanym problemie lub naturze obserwowanych danych.

OKREŚLENIE POZIOMU NIEPEWNOŚCI W PROCESACH DECYZYJNYCH

Podjęcie decyzji dokonuje się z wyprzedzeniem (określeniem) przyszłego stanu rzeczy. Decyzje wiążą się zatem z ryzykiem, które albo skutkuje pozytywnymi oczekiwaniami badacza bądź też jest przyczyną porażki. Podjęcie decyzji zależy więc od stopnia określenia poziomu niepewności. Z kolei zasoby, czy też granice niepewności, są określane przez prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia. Prawdopodobieństwo daje więc możliwość ilościowego wyrażenia zjawiska niepewności.

Prawdopodobieństwo po raz pierwszy zostało wprowadzone przez Thomasa Bayesa w zakresie rozkładu *a priori* na zbiorze możliwych hipotez, które oznacza stopień przekonania o ich prawdziwości, przed zaobserwowaniem danych. Z twierdzenia Bayesa obliczenie warunkowego rozkładu prawdopodobieństwa hipotezy powinno wynikać z następującego wzoru:

$$p(h|d) = \frac{p(h)p(d|h)}{p(d)} \quad (1)$$

gdzie:

$p(h)$ — rozkład *a priori* jako dany,

$p(d|h)$ — rozkład prawdopodobieństwa danych d pod warunkiem pewnej hipotezy h ,

$p(d)$ — całkowity (brzegowy) rozkład prawdopodobieństwa danych.

Dysponując rozkładem prawdopodobieństwa możemy dalej przyjąć, że jeśli jest ono duże, czyli dane zdarzenie jest bardzo prawdopodobne, to już przed jego wystąpieniem jesteśmy pewni, że ono wystąpi. Jeśli natomiast prawdopodobieństwo jest małe, a w dodatku liczba możliwych zdarzeń jest duża, to niepewność co do podejmowanej decyzji czy też zajścia poszczególnego zdarzenia wzrasta. W innej jeszcze sytuacji, kiedy prawdopodobieństwa zdarzeń są jednakowe, czyli wszystkie zdarzenia są jednakowo prawdopodobne, to nie mamy żadnej pewności, które z nich wystąpi. Mamy wówczas do czynienia ze zjawiskiem tzw. nieokreśloności. Sytuacje te nazywane są często stanem kompletnego chaosu, czyli *entropii*.

Ujęcie poziomów zdarzeń, osadzonych w realiach pewności—niepewności—nieokreśloności w zakresie prawdopodobieństw, można sprowadzić do przedziału niepewności. W dolnych granicach tego przedziału różnicowanie prawdopodobieństw jest większe, a więc sytuacja jest bardziej pewna i określona, natomiast w górnych granicach przedziału różnicowanie prawdopodobieństw jest mniejsze, czyli sytuacja jest mniej pewna i mniej określona. Zatem tylko w przedziale niepewności mamy najwięcej sytuacji wymagających uściślenia przy podejmowaniu decyzji w sposób racjonalny, np. poprzez analizę rynku. W tym też przedziale ryzyko błędnie podjętej decyzji jest największe (Mynarski, 1995). Można to zapisać:

$$\text{pewność} \text{ — } p=1 \quad (2)$$

$$\text{niepewność} \text{ — } 0 < p < 1 \quad (3)$$

$$\text{nieokreśloność} \text{ — } p = 1/n \quad (4)$$

OPTIMALIZACJA DECYZJI I WYBÓR KORZYSTNEGO WARIANTU DZIAŁANIA W NIEPEWNOŚCI

Według Ackoffa (1969), problemy oceny to wszelkie zadania optymalizacyjno-decyzyjne wynikające z rozpoznania i oszacowania alternatywnych metod działania. Rozwiązanie zaś polega na wyborze najlepszej z nich. Można więc wyodrębnić wszelkiego typu metody optymalnego wyboru wariantu (podjęcia decyzji) czy metody o charakterze deterministycznym lub probalistycznym.

Optymalizacja decyzji wiąże się z zachowaniem i wygenerowaniem oczekiwanych przez decydenta korzyści. Wymaga więc redukcji bądź przynajmniej kontroli poziomu ryzyka. Przy niepełnej wiedzy o stanie otoczenia, optymalizacja decyzyjna może dokonywać się na podstawie podejmowanych akcji $A_1, \dots, A_m$ w różnych stanach otoczenia niebędących pod kontrolą $F_1, \dots, F_m$. Prawdopodobieństwo umożliwia oszacowanie występowania danego stanu $P_1, \dots, P_m$, przy którym określa się poszczególne sumy E_{ij} użyteczności (efektywności) podejmowanych działań — decyzji (Cempel, 2003). Można to zobrazować na przykładzie macierzy użyteczności dla zadanych akcji A_i i przy stanie natury F_j .

MACIERZ UŻYTECZNOŚCI DLA DANYCH AKCJI A_i I PRZY STANIE NATURY F_j

	P_j	P_1	P_2	L	P_n
	F_j	F_1	F_2	L	F_n
A_i					
A_1		E_{11}	E_{12}	L	E_{1n}
A_2		E_{21}	E_{22}	L	E_{2n}
M		M	M		M
A_m		E_{m1}	E_{m2}	L	E_{mn}

gdzie:

A_i — możliwe działanie do podjęcia przez decydenta,

F_j — stan w otoczeniu pozostający poza kontrolą decydenta,

P_j — oszacowane prawdopodobieństwa występowania danego stanu,

E_{ij} — poszczególne sumy użyteczności z podjętych działań.

Jeśli ponadto założymy, że:

- 1) zdarzenia poszczególnych stanów są wzajemnie wykluczające,
 - 2) stany te nie zależą od podjętej akcji,
 - 3) specyficzny stan nie jest znany dokładnie,
- to ryzyko podjęcia złej decyzji lub określenia użyteczności właściwego działania można wyrazić:

$$E_{\min} < R_A < E_{\max} \quad (5)$$

W ujęciu prawdopodobieństwa powiązanego z wystąpieniem użyteczności lub straty przy podjęciu decyzji na skutek działania A_i i użyteczności j można przyjąć:

$$R_{Aij} = P_i E_{ij} \quad (6)$$

Minimalizacja niepewności względem analizowanego zjawiska, a tym samym redukcja ryzyka decyzyjnego, może nastąpić poprzez aplikację jednej z metod statystycznej teorii decyzji. Pierwsze kryterium to kryterium aspiracji. Polega ono na określeniu wstępnie zakresu możliwego do przyjęcia ryzyka korzyści i strat. Kolejne kryterium dotyczy najbardziej prawdopodobnego stanu. Można je zapisać wzorem:

$$EU_i = \max_j P_j \{ \max_i E_{ij} \} \quad (7)$$

Trzecie kryterium wartości oczekiwanej wyraża się wzorem:

$$EU_i = \max_i [\sum P_j E_{ij}] \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

W sytuacji braku danych dotyczących możliwych stanów, w zakresie częstości ich występowania, czyli empirycznego prawdopodobieństwa P_j , minimalizację niepewności i optymalizację użyteczności decyzji można przeprowadzić w wyniku zastosowania następujących kryteriów:

- Laplace’a — mówi ono, że z racji niewiedzy należy przyjąć równe prawdopodobieństwa zdarzeń $i = 1, \dots, n$, czyli $P_i = 1/n$. Stąd:

$$EU_i = \max_i \sum_j E_{ij} P_j = \max_i 1/n \sum_j E_{ij} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

- maxi—min — kryterium to bierze pod uwagę maksymalne rozwiązanie ze wszystkich minimalnych rozwiązań poszczególnych stanów, czyli:

$$EU_i = \max_i (\min_j E_{ij}) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

- maxi—max — maksymalizuje zawsze rozwiązania w danej sytuacji (działaniu), a następnie wybiera decyzje najbardziej opłacalne, czyli:

$$EU_i = \max_i (\max_j E_{ij}) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

- Hurwicza — żąda obrania preferencyjnego wskaźnika opłacalności $0 \leq \alpha \leq 1$, a następnie oblicza się spodziewane rozwiązania według wzoru:

$$EU_i = \max_i [\alpha \max_j E_{ij} + (1 - \alpha) \min_j E_{ij}] \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Podsumowanie

Niewątpliwie metodologia statystyki w sferze podejmowania decyzji znalazła znaczące zastosowanie w wielu dziedzinach aktywności ludzkiej. Potrzeba „wykuwania” nowych narzędzi w celu uporania się z niepewnością jest jednak nadal ogromna. Zasluga statystyki jest tutaj nie do oszacowania. Co nie oznacza, że

pod względem wszechobecności przewyższa ona jakąkolwiek technologię, wynalazek lub ideę naukową XX w. Dzięki ilościowemu wyrażaniu niepewności jesteśmy zdolni do stawiania nowych pytań, na które nie można było sobie odpowiedzieć za pomocą klasycznej logiki arystotelesowskiej, opartej na dwóch wykluczających się możliwościach — „tak” i „nie”. Dzięki statystyce jesteśmy w stanie kierować czynnościami osób i instytucji w sposób optymalny poprzez kontrolowanie i redukowanie ryzyka (z uwzględnieniem, co najistotniejsze, niepewności). Potrafimy także dojść do porozumienia z niepewnością, uznać jej istnienie, mierzyć ją i wykazać, że postęp wiedzy i energiczne działania w obliczu niepewności są możliwe oraz racjonalne.

dr Piotr Tarka — Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

LITERATURA

- Ackoff R. L. (1969), *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*, PWN, Warszawa
- Cempel C. (2003), *Nowoczesne zagadnienia metodologii i filozofii badań*, Wyd. Politechnika Poznańska
- Mynarski S. (1995), *Badania rynkowe w warunkach konkurencji*, Wyd. AE Kraków
- Rao R.C. (1994), *Statystyka i prawda*, PWN, Warszawa

SUMMARY

The article discusses the statistic importance and functions in the context of contemporary questions arising in surveys and analyses of uncertain phenomena occurring in the environment. Possibilities and limits of objective and subjective uncertainty measurements are analysed. The article contains the supported by literature Author's considerations concerning effective using statistics to measure the uncertainty. Simultaneously, this is a trial to distinguish the role of statistics in today's world.

РЕЗЮМЕ

Статья сосредоточивает внимание на характеристике значения и функции статистики с учетом современных проблем обследований и анализа неуверенности явлений выступающих вокруг. Были рассмотрены возможности и ограничения объективного и субъективного изменения неуверенности. Статья содержит также рассуждения автора (поддержаны литературой) касающиеся эффективного использования статистики для измерения неуверенности. Это также попытка выделения роли статистики в современном мире.